

范例 2-001

壳 - 指定位移的壳 - 单元块测试

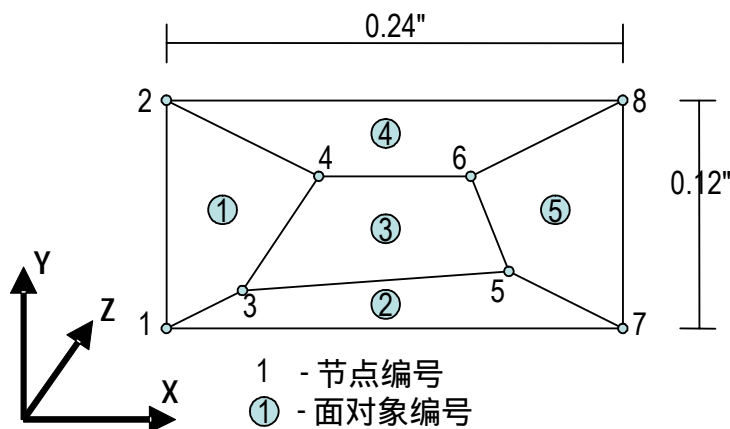
问题描述

此例中，一个有不规则形状单元的长方形板，将承受给定的在边的位移，理论上其应在单元上施加一个常应力场。几何属性和荷载在 MacNeal 和 Harder1985 中描述。从给定位移而来的膜和板的弯曲应力分量与手算结果进行了比较。

节点 1, 2, 7 和 8 的 X,Y 和 Z 方向平动，和绕 X 和 Y 轴的转动被约束。关于 Z 轴没有指定节点约束。给定的位移施加于这些被约束的自由度。

用完全壳行为来模拟壳截面；即膜和板弯曲的行为。使用不同的模型来测试薄板和厚板的选项。因为模型是平的，在一个平面内，在膜行为和板弯曲行为间没有耦合。

几何和属性



节点坐标(inches)			
节点	X	Y	Z
1	0	0	0
2	0	0.12	0
3	0.04	0.02	0
4	0.08	0.08	0
5	0.18	0.03	0
6	0.16	0.08	0
7	0.24	0	0
8	0.24	0.12	0

材料属性

$E = 1,000,000 \text{ lb/in}^2$
 $\nu = 0.25$

截面属性

厚度 = 0.001 in

荷载工况

1 - 膜: U_x 和 U_y
2 - 平板弯曲: U_z , R_x 和 R_y

荷载

使用不同的荷载工况来测试膜行为和板弯曲行为。

膜行为

对于膜行为的荷载为给定的边位移 U_x 和 U_y , 其施加于节点 1, 2, 7 和 8。这些位移由下列方程定义。

$$U_x = \frac{x + \frac{y}{2}}{1000}, \quad U_y = \frac{y + \frac{x}{2}}{1000}$$

下表显示了所施加的从前面方程对于每一边节点计算的位移。这些位移被施加于名为 Membrane 的工况内。

节点	X (in)	Y (in)	U_x (in)	U_y (in)
1	0	0	0	0
2	0	0.12	0.00006	0.00012
7	0.24	0	0.00024	0.00012
8	0.24	0.12	0.00030	0.00024

板弯曲行为

对于板弯曲行为的荷载为给定的边位移 U_z , R_x 和 R_y , 其被施加于节点 1, 2, 7 和 8。这些位移和旋转由以下的方程定义。

$$U_z = \frac{x^2 + xy + y^2}{2000}, \quad R_x = \frac{y + \frac{x}{2}}{1000}, \quad R_y = \frac{-x - \frac{y}{2}}{1000}$$

下表显示所施加的从前面方程对于每一边节点计算的位移。这些位移和旋转在工况 PlBend 中施加。

PROGRAM NAME: SAP2000
REVISION NO.: 0

节点	X (in)	Y (in)	U _z (in)	R _x (rad)	R _y (rad)
1	0	0	0	0	0
2	0	0.12	0.0000072	0.00012	-0.00006
7	0.24	0	0.0000288	0.00012	-0.00024
8	0.24	0.12	0.0000504	0.00024	-0.00030

所测试的 SAP2000 技术特性

- 使用壳单元进行膜分析
- 使用壳单元进行板弯曲分析
 - 薄板选项
 - 厚板选项
- 节点位移荷载

结果比较

独立膜结果是基于 Timoshenko 和 Goodier 1951 第 6 页的方程 2。板弯曲的手算解是基于 Timoshenko 和 oinowsky-Krieger 1959 第 5 页的方程 3 及第 81 页的方程 101 和 102。 另外的手算解在 MacNeal 和 Harder 1985 中发表。

薄板选项

分析工况	应力分量	SAP2000	手算解	差异百分比
Membrane	σ_{xx} lb/in ²	1333	1333	0%
	σ_{yy} lb/in ²	1333	1333	0%
	σ_{xy} lb/in ²	400	400	0%
PlBend	M_{xx} lb-in/in	1.111E-07	1.111E-07	0%
	M_{yy} lb-in/in	1.111E-07	1.111E-07	0%
	M_{xy} lb-in/in	3.333E-08	3.333E-08	0%

厚板选项

分析工况	应力分量	SAP2000	手算解	差异百分比
Membrane	σ_{xx} lb/in ²	1333	1333	0%
	σ_{yy} lb/in ²	1333	1333	0%
	σ_{xy} lb/in ²	400	400	0%
PlBend	M_{xx} lb-in/in	1.111E-07	1.111E-07	0%
	M_{yy} lb-in/in	1.111E-07	1.111E-07	0%
	M_{xy} lb-in/in	0.333E-07	0.333E-07	0%

数据文件: Example 2-001-thick, Example 2-001-thin

结论

SAP2000 的结果和对于薄板和厚板选项的手算解一致。

手算

Membrane Behavior

From Timoshenko & Goodier 1951, page 6

$$\epsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x}; \quad \epsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y}; \quad \gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}$$

From Cook & Young 1985, page 9

$$\sigma_x = \frac{E}{1-\nu^2} (\epsilon_x + \nu \epsilon_y); \quad \sigma_y = \frac{E}{1-\nu^2} (\epsilon_y + \nu \epsilon_x)$$

$$\tau_{xy} = G \gamma_{xy}$$

$$u = 10^{-3} (x + y/2) \text{ in}$$

$$v = 10^{-3} (y + x/2) \text{ in}$$

$$E = 1E06 \text{ psi}$$

$$\nu = 0.25$$

$$\epsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} = \underline{\underline{10^{-3} \text{ in/in}}}$$

$$\epsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y} = \underline{\underline{10^{-3} \text{ in/in}}}$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} = \frac{10^{-3}}{2} + \frac{10^{-3}}{2} = \underline{\underline{10^{-3} \text{ in/in}}}$$

$$\sigma_x = \frac{E}{1-\nu^2} (\epsilon_x + \nu \epsilon_y) = \frac{1E06}{1-0.25^2} (10^{-3} + 0.25(10^{-3}))$$

$$\sigma_x = \underline{\underline{1333.33 \text{ psi}}}$$

$$\sigma_y = \frac{E}{1-\nu^2} (\epsilon_x + \nu \epsilon_y) = \frac{1E06}{1+0.25^2} (10^{-3} + 0.25(10^{-3}))$$

$$\sigma_y = \underline{\underline{1333.33 \text{ psi}}}$$

$$\tau_{xy} = G \gamma_{xy} = \frac{1E06}{2.5} (10^{-3}) = \underline{\underline{400 \text{ psi}}}$$

Plate Bending Behavior

From Timoshenko & Woinowsky-Krieger 1959
equation 3 on page 5 and equations
101 and 102 on page 81

$$D = \frac{Et^3}{12(1-\nu^2)}$$

$$M_x = D \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)$$

$$M_y = D \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)$$

$$M_{xy} = D(1-\nu) \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}$$

$$E = 1E06 \text{ psi}$$

$$t = 0.001 \text{ in}$$

$$\nu = 0.25$$

$$w = 10^{-3} (x^2 + xy + y^2) / 2$$

$$D = \frac{Et^3}{12(1-\nu^2)} = \frac{10^6 (0.001)^3}{12(1-0.25^2)} = \frac{0.001}{11.25} = \frac{1}{11250}$$

$$\frac{\partial w}{\partial x} = \frac{10^{-3}}{2} (2x + y)$$

$$\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = 10^{-3}$$

$$\frac{\partial w}{\partial y} = \frac{10^{-3}}{2} (x + 2y)$$

$$\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = 10^{-3}$$

$$\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right) = \frac{10^{-3}}{2}$$

$$M_x = D \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) = \frac{1}{11250} (10^{-3} + 0.25(10^{-3})) = \underline{\underline{1.1111E-07}}$$

$$M_y = D \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) = \frac{1}{11250} (10^{-3} + 0.25(10^{-3})) = \underline{\underline{1.1111E-07}}$$

$$M_{xy} = D(1-\nu) \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right) = \frac{1}{11250} (1-0.25) \left(\frac{10^{-3}}{2} \right) = \underline{\underline{3.3333E-08}}$$